

$Li^6(n, \alpha)H^3$ の断面積について*

柳 瀬 安 生

On the total cross section of $Li^6(n, \alpha)H^3$

by

Yasuo YANASE

The total $Li^6(n, \alpha)H^3$ cross section is calculated over the range of neutron energies from 0.2 to 7 Mev, using the " $\alpha-d$ " model for the Li^6 target. A log—log plot of the calculated $\sigma(E_n)$ is similar to those of the present data ; however, the experimental curve shows the broad hump which is believed to be due to competition from deuteron-producing reactions at 2 Mev.

§ 1 ま え お き

核反応を理論的に解析して行く場合、先づ目につくのは角度分布であろう。target が比較的怪いような反応に於きましては、出来るだけ直接過程だけでなんとか説明して、その反応機構を明らかにしようと試みるのが近頃の傾向である。然し直接過程だけで以て、かなり実験に合う角度分布が得られたとしても、反応断面積の絶対値が実験とひどくかけ離れた値となるときは、決して満足できないであろう。所で直接過程の多くはその絶対値がかなり喰い違つて来る。此の喰い違いを殆んど場合、波動函数、核力、及び反応領域等の不正確さによる為めだ、としてそれ以上、絶対値迄合わせようとはしてしないようである。

此の note では、直接過程だけで以てかなり角分布が実験に合うような $Li^6(n, \alpha)H^3$ の反応機構で、その絶対値を計算して見ることにする。

Li^6 target の反応の場合、 Li^6 として " $\alpha-d$ " 模型¹⁾ を用いると角分布は定性的に、かなり実験と合うことが知られている。

従つてここでも、 Li^6 として " $\alpha-d$ " 模型を採用する。すると $Li^6(n, \alpha)H^3$ の機構は入射中性子が Li^6 を構成している α 粒子に束縛された重陽子と一緒になつて、 H^3 を作る、所謂 two particle stripping ということになる。

以下この機構だけについて計算する。簡単のため、終状態に於いて現われる Coulomb 相互作用や Spin を無視し、最低次の Born 近似で取扱うことにする。

* 水産講習所研究業績 第251号, 1957年7月25日 受理

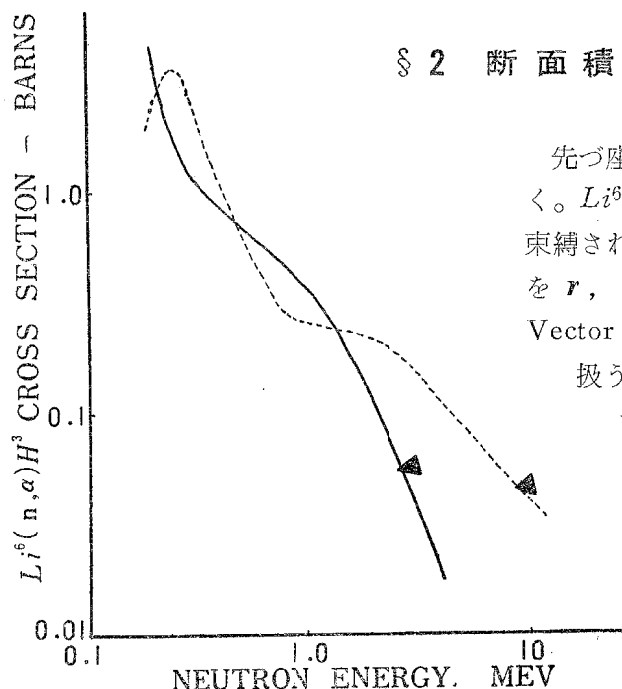


Fig. 1. $Li^6(n, \alpha)H^3$ total cross section as a function of bombarding neutron energy. Dashed curve : Experimental results, Solid curve : Theory.

§ 2 断面積の計算

先づ座標変数を上述の機構に基づいて導入しておく。 Li^6 を構成している α 粒子の重心から α 粒子に束縛されている重陽子の重心迄引いた位置 Vector を r , 重陽子の重心から入射中性子迄引いた位置 Vector を s とする。又全体系の重心静止系で扱うのが便で、その場合の入射中性子の wave vector を k_n , 終状態で出て行く α 粒子の wave vector を k_α とすると, 1st order の Born 近似で反応微分断面積は

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (2\pi\hbar^2)^{-2} M_\alpha^* M_n^* \left(\frac{k_\alpha}{k_n}\right)$$

$$|\langle \varphi_f | V | \varphi_i \rangle|^2$$

で与えられる。但し M_α^* , M_n^* は夫々 α 粒子, 中性子の換算質量, φ_i , φ_f は夫々初, 終状態の波動函数であり, V は反応を起す相互作用である。

φ_f , φ_i として夫々次の形をとり

$$\varphi_f = \varphi_H \varphi_\alpha \exp\left(-i k_\alpha \cdot \left(\frac{1}{3} s + r\right)\right)$$

$$\varphi_i = \varphi_\alpha \varphi_d \chi(r) \exp\left(i k_n \cdot \left(s + \frac{2}{3} r\right)\right),$$

V として, 中性子と重陽子とで H^3 を作る相互作用をとることとする。但し φ_α , φ_H , φ_d , 及び $\chi(r)$ は夫々 α 粒子, H^3 及び重陽子の内部波動函数及び Li^6 を構成している α 粒子と重陽子の相対的波動函数である。

φ_H を更に resonating group theory のように重陽子の波動函数で展開する, 即ち

$$\varphi_H = \varphi_d \cdot \chi(s)$$

と置くと, $\chi(s)$ の充す Schrödinger eq.

$$\left(\frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{M} \Delta_s - E_{\alpha, n}\right) \chi(s) = V \chi(s)$$

(但し $E_{\alpha, n}$ は重陽子と中性子とで H^3 を作るに必要な結合エネルギー。) により運動エネルギーと結合エネルギーとに変換される。 φ_d , φ_α に夫々 closure 近似を用いると, matrix element は

$$\langle \varphi_f | V | \varphi_i \rangle = \int \chi(r) e^{i(k_\alpha + \frac{2}{3} k_n) \cdot r} \left[\frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{M} \Delta_s - E_{d, n} \right] \chi^*(s) e^{i(\frac{1}{3} k_\alpha + k_n) \cdot s}$$

となる。

ここで,

$$x(s) = \left(\frac{2\beta}{\pi}\right)^{\frac{3}{4}} e^{-\beta s^2}$$

$$z(r) = \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}} r^{-1} e^{-\alpha r}$$

と置けば、積分出来て微分断面積は次のようになる。

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (2\pi)^{-2} M_\alpha^* M_n^* \left(\frac{k_\alpha}{k_n}\right) |\langle \varphi_f | V | \varphi_i \rangle|^2$$

$$|\langle \varphi_f | V | \varphi_i \rangle|^2 = 8\pi\alpha \left(\frac{2\pi}{\beta}\right)^2 \left[\frac{\frac{3}{4} \frac{\hbar^2}{M} \left| \frac{1}{3} \mathbf{k}_\alpha + \mathbf{k}_n \right|^2 + E_{\alpha, n}}{\alpha^2 + \left| \mathbf{k}_\alpha + \frac{2}{3} \mathbf{k}_n \right|^2} \right]^2 \exp\left[-\frac{1}{2\beta} \left| \frac{1}{3} \mathbf{k}_\alpha + \mathbf{k}_n \right|^2 \right]$$

次ぎに total cross section の energy dependence を求める為めには、上式を更に立体角に亘つて積分する。此の積分は面倒ではあるが、elementary なものになおせるので詳細は省略しても差支えないと思われる。従つて結果を見易くする為めに、total cross section を lab. system での入射中粒子の energy ε_n の函数として表わすことにする。従つてまづ、energy の関係を考えることが必要で、全体系の重心静止系に於ける、入射中粒子の energy を ε_n とすると、(中粒子、陽子の質量差や核の mass defect 等を無視して)

$$E_n = \frac{1+6}{6} \varepsilon_n$$

となる。又 initial channel energy を ε_i , final channel energy を ε_f とすると

$$\varepsilon_f = \varepsilon_i + Q$$

で、 $Li^6(n, \alpha)H^3$ の場合は Q value は α 粒子の結合エネルギーと H^3 の結合エネルギーとの和から Li^6 の結合エネルギーを差引いた値である筈で

$$Q = 4.65 \text{ Mev.}$$

である。従つて α 粒子、neutron の換算質量を考慮すると、 \mathbf{k}_n と \mathbf{k}_α の関係は

$$|\mathbf{k}_\alpha|^2 = 2|\mathbf{k}_n|^2 + 15.94 \frac{M}{\hbar^2}$$

で、且つ

$$|\mathbf{k}_n|^2 = 1.469 \frac{M}{\hbar^2} E_n$$

$$|\mathbf{k}_\alpha|^2 = 2.94 \frac{M}{\hbar^2} E_n + 15.94 \frac{M}{\hbar^2}$$

となる。

ここで、

$$|\mathbf{k}_\alpha| \cdot |\mathbf{k}_n| \equiv r$$

と置くと

$$\sigma(E_n) = (2\pi)^{\frac{3}{2}} \frac{\alpha}{\beta^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{72}{49} \left(\frac{k_\alpha}{k_n}\right) e^{-\frac{1}{2\beta} \left(\frac{1}{9} |\mathbf{k}_\alpha|^2 + |\mathbf{k}_n|^2 \right)} \times$$

$$\times \left\{ \frac{27}{8} \frac{\beta}{r} \sinh \frac{r}{3\beta} - 3 \frac{c^2}{r} \left[\frac{e^{-\frac{r}{3\beta} x}}{A + \frac{4}{3} rx} \right]_{-1}^1 + (3c - \frac{c^2}{\beta}) \int_{-1}^1 \frac{e^{-\frac{r}{3\beta} x}}{A + \frac{4}{3} rx} dx \right\}$$

但し

$$A \equiv \alpha^2 + |\mathbf{k}_\alpha|^2 + \frac{4}{9} |\mathbf{k}_n|^2$$

$$C \equiv \frac{3}{8} \alpha^2 - \frac{7}{24} \times 15.94 \frac{M}{\hbar^2} + E_{d,n} \frac{M}{\hbar^2}$$

となる。

数値的に結果を出す為め、波動函数 $\chi(r)$, $\chi(s)$ に現われた、定数 α , β を決める。 α の方は Li^6 を α 粒子と重陽子とで作る時の結合エネルギーを ε とすると

$$\alpha = \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{8M\varepsilon}{3}}$$

$$\varepsilon = 1.55 \text{ Mev}$$

で定まるが、 β の方は $E_{d,n} = 6.20 \text{ Mev}$ として、Virial theorem を用いて決めた。即ち

$$\beta = 8.26 \frac{M}{\hbar^2} \left(= \frac{4}{3} \frac{M}{\hbar^2} \times E_{d,n} \right)$$

となる。

$$\text{従つて} \quad A \equiv (20.07 + 3.59 E_n) \frac{M}{\hbar^2}$$

$$C = 3.15 \frac{M}{\hbar^2}$$

$$r = (23.42 E_n + 4.32 E_n^2) \frac{1}{2} \frac{M}{\hbar^2}$$

となり、 E_n が 10 Mev 位迄では十分に収斂する形で、total cross section は $\frac{M}{\hbar}$ を unit にとつて

$$\sigma(E_n) \doteq 0.7 \left(\frac{k_\alpha}{k_n} \right) e^{-1.09 E_n} \left\{ \frac{27.82}{r} \sinh 0.0404 r \right.$$

$$+ \frac{59.4 A}{\left(A_2 - \frac{16}{9} r^2 \right) r} \sinh 0.0404 r + \frac{79.3}{\left(A^2 - \frac{16}{9} r^2 \right)} \cosh 0.0404 r + 6.52 \frac{e^{-\frac{A}{4\beta}}}{r} \times$$

$$\left. \times \left(\log \left| \frac{A + \frac{4}{3} r}{A - \frac{4}{3} r} \right| - \frac{2r}{3\beta} + \frac{4r^2}{36\beta^2} + \dots \right) \right\}$$

となる。

上述の結果を見ると

$$\sigma(E_n) \propto e^{-1.09 E_n}$$

となることがうかがえる。

数値計算の結果を幾つかの E_n の値に対して、表示すると次のようになる。

E_n MEV	0.2	0.3	0.4	1	2	3	4	5	7
σ BARNS	1.33	1.03	0.84	0.34	0.099	0.031	0.011	0.0034	0.0004

尙、実験結果²⁾ との比較の為に、図示すると Fig. 1. の如くなる。

§ 3 結 び

上述のような粗っぽい模型で計算されたにもかかわらず、核反応の断面積が大体に於いて実験と same order で得られたことは興味あることです。

実験の curve は 2 Mev 位から上の領域では、傾斜が大分緩くなっているが、実験の測定法として $Li^6(n, nd)He^4$ となつて出て行く α 粒子を、 $Li^6(n, \alpha)H^3$ の反応の α 粒子と区別することが困難なため、両者の反応の和が curve に現われているように思える。若し $Li^6(n, nd)He^4$ が起るとすれば、threshold は大体 1.72 Mev 位である筈で、此の場合には final state の state density は $Li^6(n, \alpha)H^3$ の場合よりは明らかに大きくなり、従つて cross section も相当大となることが予想される。

以上の観点から、 $Li^6(n, \alpha)H^3$ の反応は Li^6 の模型として、“ $\alpha-d$ ” 模型が充分信頼出来そうな種々の性質、現象が蓄積されつつある現在に於いては、寧ろ Li^6 の “ $\alpha-d$ ” 模型を採用した。直接核反応過程で解釈の方が賢明であろうと思われる。

今後、実験が進むに従つて differential cross section の excitation curve が得られるようになると、この解釈の可否はもつと明確になるだろう。

参 考 文 献

- 1) Lauritsen et al: 1953, Phys. Rev. **92**, 1501.
- 2) F. L. Ribe: 1956, Phys. Rev. **103**, 741.