

漁具形状へのカテナリー理論適用についての一考察

井上 悟

Application of Catenary to Fishing Gear Dynamics

Satoru Inoue

Abstract : In a longline fishery, it is important to decide the water depth at which level the hooks should be set according to the type of fish to be caught. This subject is equal to determining the underwater shape of the main line. The shape of the main line can be considered as a catenary curve. However, as the equation of the catenary curve involves a hyperbolic function previously it has been difficult to calculate the shape. Yoshihara transformed the catenary into some other equations and using them and a certain table he obtained the shape of the main line that is the water depth of the main line. After that, studies about the depth of the main line of longlines adopted Yoshihara's equations and tables. However, the calculation using Yoshihara's equation is complicated and requires the use of a special diagram in the calculation. This method lacks flexibility in its application and it is difficult to obtain the water depth of the longline under any given conditions. Present scientific electronic calculators are commonly equipped with a hyperbolic function. Consequently, I devised a catenary calculation using a scientific electronic calculator and showed that it is possible to readily calculate the water depth of the main line under any given conditions. For the application to the main line of the longline, I show a flow diagram (algorithm) and provide a practical example of the computation. I also show the application of catenary to the warp of a trawl. Catenary is very usable in the fishing gear dynamics. I hope this paper is able to contribute to the popularization of the use of catenary in the training of the fishing gear dynamics.

Key words : Catenary, Shape of the main line of a longline, Shape of the warp of a trawl, Hyperbolic function, Fishing gear dynamics

緒 言

延縄漁業においては、漁獲対象魚種に応じて針をどれだけの水深に設置するかが重要になる。海面の浮子から幹縄まで（“浮縄”）の長さや、幹縄に付けられた枝縄（針部分も含める）の長さは決められているから、結局この問題は、幹縄の水中形状の把握に換言できる。基本的な場合として、海流の影響を受けていない幹縄の水中形状をカテナリーとみなすことは異論がないことだろう¹⁾。ただ、カテナリーの式には双曲線関数が含まれていることから、吉原はカテナリーの式を変形し、短縮率（2つの浮子間の距離と幹縄長の比）を基にした数表を用いて幹縄の水中形状（幹縄水深）を求めた²⁻⁵⁾。その後の延縄の幹縄水深に関

した研究では吉原の式がもっぱら使われてきた。ただ、同式では、計算が複雑であるし、短縮率から ϕ （幹縄の支持点における傾斜角）を求める過程において、特殊な図表を用いなければならない。一般のマグロ延縄では、枝縄の間隔は決まっているので、枝縄を何本付けて短縮率をどれだけにしたかといった場合の、それぞれの枝縄の取り付け位置の水深があらかじめ計算され、図表で示されている。しかし、当然ながらこれは自由度を欠いた方法であり、任意の条件下での幹縄水深を求めることはできない。

現在の関数電卓には双曲線関数機能や複数のメモリー機能を付加したものが一般的である⁶⁾。そこで筆者は、関数電卓を使ったカテナリー計算法を考え、任意の条件下での延縄の幹縄水深が机上で簡単に計算できることを示した。

2007年10月31日受付。Received October 31, 2007.

水産大学校海洋生産管理学科 (Department of Fisheries Science and Technology, National Fisheries University)

別刷り請求先 (Corresponding author) : sinoue@fish-u.ac.jp

また、カテナリーは単に延縄の幹縄形状を示すだけでなく、曳網の曳網索およびグランドロープ、あるいは浮体の係留索の形状を近似できるものと考えられ、漁具力学において応用範囲の広いものである。本論文では、延縄の幹縄水深の計算法に加えて、曳網索にカテナリー理論を適用した場合の、網水深や所要水深設定のための曳網索長を計算する方法も示した。前述のごとく、これらの計算は関数電卓を用いることにより、非常に簡単に机上計算が可能である。本論文が漁具力学に関する教育の場においてのカテナリー計算の普及にも貢献できることを願うものである。

カテナリーの式の誘導

曲がりやすい1本の網を2点I、IIで支えるとき、網は重力によってI、IIを通る鉛直面内に垂下する。この垂下された網が示す曲線がカテナリーと呼ばれる曲線であり、その曲線の形状を表す式を次に求める。

Fig. 1において、曲線の一番低い点Aから曲線上の任意の点P(x, y)にいたるSなる長さをもった一つの弧の「釣合」を考える。点Aと点Pにおける張力をそれぞれ T_0 、 T とする。点Pにおいてこの曲線に引いた接線がx軸となす角を ϕ とすると、弧APに作用する力は、 T_0 、 T 、APの重さ wS (w はこの網の単位長さの重量)の三つで、この三力が釣合を保っているわけである。

いま T なる力を、水平分力と鉛直分力とに分けてみると

$$T = T \cos \phi + T \sin \phi$$

しかるに T_0 は水平分力のみ、 wS は鉛直分力のみであるから

$$T \cos \phi = T_0, T \sin \phi = wS$$

$$\therefore \tan \phi = \frac{wS}{T_0}$$

ここで、もし $T_0 = wa^*$ ならば

$$\tan \phi = \frac{wS}{T_0} = \frac{wS}{wa} = \frac{S}{a}$$

$$\therefore S = a \tan \phi \tag{1}$$

a はFig. 1に示すごとく、AOを示す値であるが^{*}、カテナリーの式においては重要な係数であり、本論文では「カテナリー係数」と呼ぶ。

$\tan \phi = \frac{S}{a}$ であるから、明らかにFig. 1の中図：直角三角形で示す関係が成り立つ。また、Fig. 1の右図に示すごとく、点Pにおける微小変化量の比 dx/dS は次式で表せる。

$$\frac{dx}{dS} = \cos \phi = \frac{a}{\sqrt{S^2 + a^2}} \tag{2}$$

(2)式は微分方程式であり、次式に変形できる。

$$\frac{dx}{a} = \frac{dS}{\sqrt{S^2 + a^2}} \tag{3}$$

初期条件として $x = 0$ のとき $S = 0$ として、(3)式の両辺を積分すると

$$\frac{x}{a} = \ln \left(\frac{S + \sqrt{S^2 + a^2}}{a} \right) \tag{4}$$

同様に、点Pにおける微小変化量の比 dy/dS は次式で表せる。

$$\frac{dy}{dS} = \sin \phi = \frac{S}{\sqrt{S^2 + a^2}}$$

さらに同じく

$$dy = \frac{S}{\sqrt{S^2 + a^2}} ds \tag{5}$$

(5)式の両辺を積分すると、

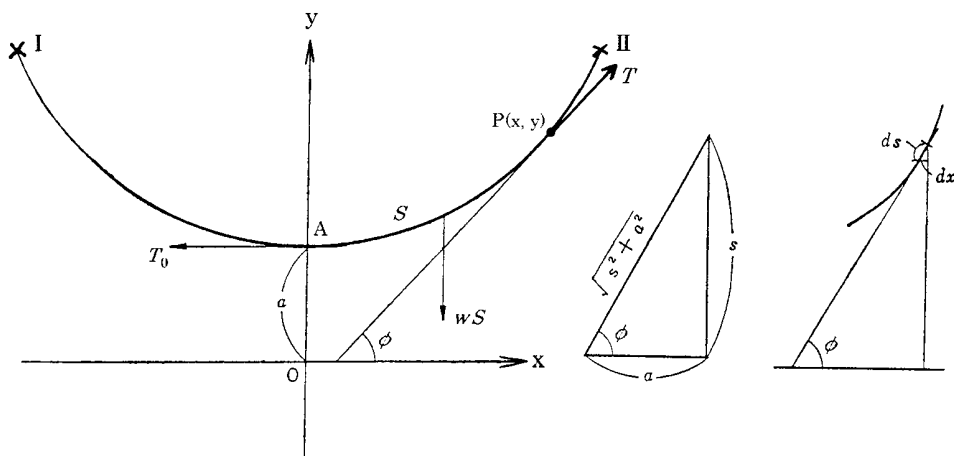


Fig. 1. A coordinate axis in the case of a piece of flexible rope is supported at two points: I and II.

*1 実験的に点Aの下部を紙面に垂直な棒で支えて、Aから左の弧の部分をAから大きく離れた点で切ると、垂れ下がった網の重力によってAより右の弧の部分は引き寄せられ、直線を呈する。一方、Aから少しだけ離れた点で切ると、残った左の弧の部分はAをすり抜け、網全体がIIの点から鉛直に垂下する。ところが、ある長さ(a)の点で切って垂れ下がらせると、弧の終端は点Oにくるが、Aから右の弧の部分の形状は少しも変わらない。これは点Aにおいて、 $T_0 = ua$ が成立しているからにはかならない。

$$y = \sqrt{S^2 + a^2} \tag{6}$$

(4)式より

$$\frac{S + \sqrt{S^2 + a^2}}{a} = e^{\frac{x}{a}}$$

$$\sqrt{S^2 + a^2} = a e^{\frac{x}{a}} - S$$

両辺を平方しSについて解くと

$$S = \frac{a}{2} (e^{\frac{x}{a}} - e^{-\frac{x}{a}}) = a \sinh \frac{x}{a} \tag{7}$$

(7)式を(6)式へ代入して整理すると ($y > 0$)、結局次式が得られる。

$$y = \frac{a}{2} (e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}}) = a \cosh \frac{x}{a} \tag{8}$$

(8)式を「カタナリーの方程式」といい、重さの様な綱の両端をある位置に固定したとき、その間の綱のとり形状を表している。本論文では、ロープ長に関する(7)式をも含めてカタナリーの式と呼ぶ。

延繩の幹繩形状へのカタナリー理論の適用

(1) 計算フローチャート

延繩の幹繩形状へカタナリーの式を適用して、幹繩の任意の位置の水深 h を算出する。実際の延繩の針の水深は、ここで求める水深 h に受繩の長さ s と枝繩の長さ z を加えた値となるが、ここでは幹繩を支える両端の2点からの深さを水深 h とする。

Fig. 2 に示すように、長さ ℓ の幹繩 (単位長水中重量: w) を2点の間隔 d で吊り下げた場合を考える。なお、同図はFig. 1 をもとに描かれているが、 y_{\max} はFig. 1 におけるIIの点でのy座標を示しており、最深部の深さ h_{\max} とカタナリー係数 a を加えた値が y_{\max} になっている。

水深を求めるために用いる式は次の二つである。

$$S = a \sinh \frac{x}{a} \tag{1}$$

$$y = a \cosh \frac{x}{a} \tag{2}$$

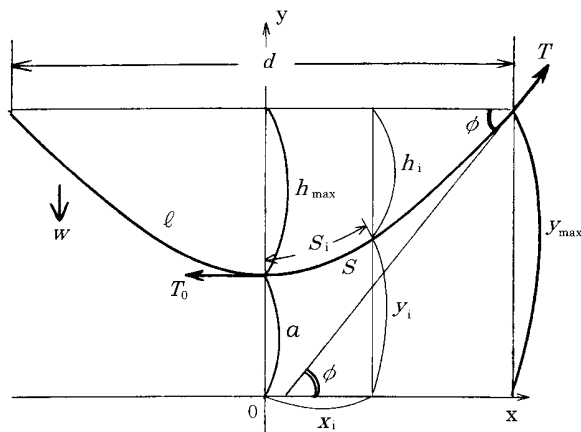
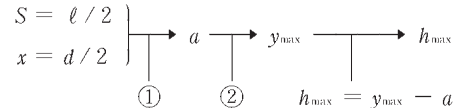


Fig. 2. Application of catenary to the main line of a longline.

それぞれのアルゴリズムを示すと次のごとくである。

1) 最深部の深さ h_{\max} を求める

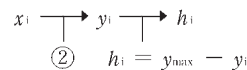
最深部の深さ h_{\max} の計算は、幹繩長の半分を S とし、浮子間隔の半分を x として始める。まず①式を用いて a を求め、②式を用いて y_{\max} を求めると、Fig. 2 からわかるように、 h_{\max} は $y_{\max} - a$ として計算される。これらを矢印や棒線を用いて図示すると下記のごとくである (以下同様)。



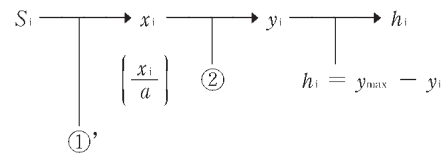
2) 任意の位置 ($x = x_i, S = S_i$) での深さ h_i を求める

任意の位置での水深を考える場合に次の点に留意する必要がある。水平で任意の位置を考える場合には、原点が浮子の中間点 (Fig. 2 において y 軸) であること。また、繩沿いで任意の位置を考える場合には、原点が幹繩の最深部であること。

(i) $x = x_i$ (水平で任意の位置) の場合



(ii) $S = S_i$ (繩沿いで任意の位置) の場合



$$\left[\frac{x_i}{a} = \sinh^{-1} \left(\frac{S_i}{a} \right) \right]$$

なお、2点における幹繩の張力 T を算出する必要があるれば、カタナリーの式の誘導過程で示した次の四つの式を用いる。

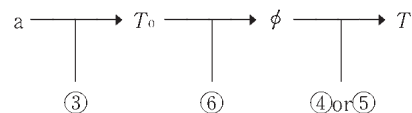
$$T_0 = wa \tag{3}$$

$$T_0 = T \cos \phi \tag{4}$$

$$wS = T \sin \phi \tag{5}$$

$$\tan \phi = \frac{wS}{T_0} \tag{6}$$

1) a 算出後に、次の方法で T を算出する。



(2) 計算例

前項で述べたアルゴリズムにのっとり、実際の計算例を次に示す。ここでは、反復計算法によるカタナリー係数 a の算出法も示す。

$\ell = 200\text{m}$ のロープを $d = 160\text{m}$ の2点間につるした場合、(a)最深部の深さ (h_{\max}) (b) $x_i = x/2$ 位置での深さ (h_i)

(c) $S_i = S/2$ 位置での深さ (h_i) を算出する。

(a) $S = 100\text{m}$, $x = 80\text{m}$ であるから、

$$S = a \sinh \frac{x}{a} \quad \text{①より}$$

$$100 = a \sinh \frac{80}{a}$$

上式より直ちに a を求めることはできない。そこで、上式を満たす a を求めるために、任意の a の値を設定して反復計算法によって、必要な精度で a の値を求めることになる。このとき関数電卓のメモリーを利用すれば計算を効率的に行うことができる。

例えば、 $a = 60$ とすれば $S = 106$ となり、 $a = 70$ とすれば $S = 98$ であるから、 a は 60 と 70 との間の数値ということになり、数度の反復計算によって $a \approx 67.6$ とすることができる。このとき $S = 100.02$ である。必要な精度で a の値は簡単に求めることができる。 $a = 67.64$ とすると $S = 100.0002$ である。

以上でカタナリー係数 a が求められた。このカタナリー係数はこの後の計算で繰り返し使われるので、 a の値を関数電卓のメモリーに入力して、必要に応じてメモリーから呼び出して使えば計算がさらに効率化される。

次に、

$$y = a \cosh \frac{x}{a} \quad \text{②より}$$

$$y_{\max} = 67.64 \times \cosh \frac{80}{67.64} = 120.7$$

$$\therefore h_{\max} = y_{\max} - a = \underline{53.1\text{m}}$$

(b) $x_i = x/2 = 40\text{m}$ であるから、

$$y_i = a \cosh \frac{x_i}{a} = 67.64 \times \cosh \frac{40}{67.64} = 79.81$$

$$\therefore h_i = y_{\max} - y_i = \underline{40.9\text{m}}$$

(c) $S_i = S/2 = 50\text{m}$ であるから、

$$\frac{x_i}{a} = \sinh^{-1} \left[\frac{S_i}{a} \right] = \sinh^{-1} \left[\frac{50}{67.64} \right] = 0.6845$$

$$y_i = a \cosh \frac{x_i}{a} = 67.64 \times \cosh(0.6845) = 84.11$$

$$\therefore h_i = y_{\max} - y_i = \underline{36.6\text{m}}$$

これらの解は、 m を cm に置き換えて、実際にロープなりチェーンを垂下させて容易に確認することができる。なお、カタナリーの式には重量の項 (w) が含まれていないから、海水中の幹縄形状を空气中で再現することが可能である。

曳網索へのカタナリー理論の適用

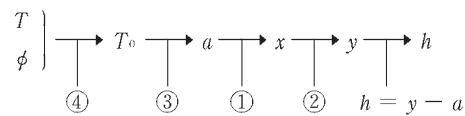
曳網の効率的運用においては、網水深や所要水深設定のために繰り出すべき曳網索の長さを知る必要がある。今日、曳網の水深測定には各種の機器が用いられているが、予め、曳網の水深や曳網索長が計算できれば、非常に有効

と考えられる。曳網索の形状近似には従来いろいろな方法が用いられているが⁷⁻¹⁰⁾、カタナリー近似はその一つにあげられる。幹縄の水深計算と同様に、カタナリー理論を曳網索へ適用して、網水深や所要水深設定のために繰り出すべき曳網索の長さを計算する方法を次に示す。

Fig. 3 は海中での曳網索の形状をカタナリー近似した場合の図である。同図において、曳網索の長さを S 、同単位長さあたりの水中重量を w 、網の抵抗を T_0 、水深を h 、水平位置を x とする。また、船尾での曳網索張力を T 、曳網索と海面とのなす角を ϕ とする。なお、同図において点線で示した海底の線は、Fig. 1 における x 軸とは無関係である。

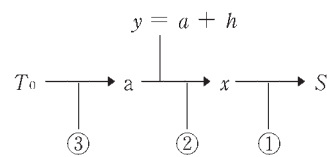
(1) 網水深 h を求める

これは、 T 、 ϕ 、 S 、 w が与えられた場合に、網水深 h を算出する方法である。 T と ϕ は船尾における実測によって得られるし、 S も容易に得られる数値である。 w は使用する曳網索によって与えられる数値である。前節と同様なフローチャートで示すと次のようになる。



(2) 網を所定の水深に設定するために必要な曳網索長 S を求める

これは、 T_0 、 h 、 w が与えられた場合に、曳網索長 S を算出する方法である。 T_0 は曳網速度に応じて与えられる網の抵抗であるし、 h は漁獲対象魚群の水深である。



なお、 S を求めた後、必要であれば、 T も簡単に算出す

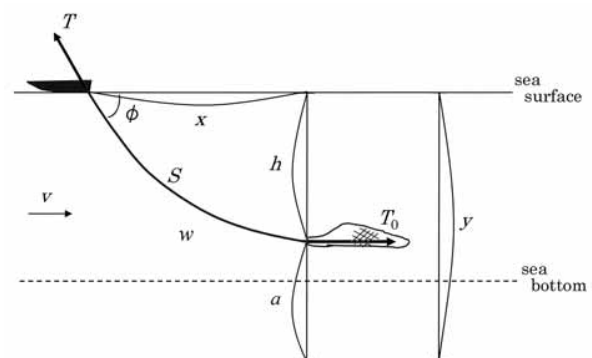


Fig. 3. Application of catenary to the warp of a trawl.

ることが可能である。幹繩の張力 T の算出法で示したフローチャートの後半部を用いればよい。

ここでは曳網の曳網索へのカタナリー理論の適用および計算法を示したが、本方法はプランクトンネットや稚魚ネットなどにも適用できるものと考えられる。今後水槽実験などで同理論適用の検証を行うつもりである。

結 論

関数電卓の双曲線関数機能を使うことによって、カタナリー計算が簡単に行われることを示した。延繩の幹繩形状への適用においては、計算フローチャートを示し、実際の計算例によってその実用性を示した。曳網の曳網索へのカタナリー理論の適用も示した。カタナリー曲線は漁具力学において適用範囲の広いものであり、その応用性が期待される。

文 献

- 1) 齊藤昭二：マグロの遊泳層と延繩漁法。成山堂，東京，9-18（1992）
- 2) 吉原友吉：鮪延繩の漁獲分布—II。日水誌，16，370-374（1951）
- 3) 吉原友吉：鮪延繩の漁獲分布—III。日水誌，18，187-190（1952）
- 4) 吉原友吉：鮪延繩の漁獲分布—IV。日水誌，19，1012-1014（1954）
- 5) 中込 淳：マグロ延繩における釣鉤水深の実測値と計算値との比較。日水誌，27，119-123（1961）
- 6) 井上 悟，奥田邦晴：関数電卓による波力簡易計算法。水大校研報，54，1-6（2006）
- 7) 小林喜一郎，高橋廣弥：中層トロールに関する一考察。北大水研究彙報，1，139-141（1949）
- 8) 高山重嶺，小山武夫：中層トロールに関する研究—I（1本曳による中層トロールについて）。東海水研業績A，64，27-40（1958）
- 9) 川上太左英：曳網の力学。日水誌，30，858-871（1964）
- 10) 中才啓，川上太左英：On a Simple Estimation of Working Depth of Mid-water Trawl. 日水誌，31，277-280（1965）