

# 赤潮プランクトンの発生・消滅に関する物理的考察

—表層物質に及ぼす海洋乱流拡散と吹送流による初期分散の解析—

安田 秀一\*

## Physical Considerations on the Behavior of Akashio —Influences of oceanic turbulent diffusion and horizontal dispersion due to the drift current—

Hidekazu Yasuda\*

Processes of oceanic turbulent diffusion and matter dispersion have been analyzed using the equation of the advective diffusion in order to understand some physical roles on outbreak and extinction of the red tide (harmful algal bloom) in coastal waters. The analyses of the diffusion model have suggested that the outbreak of the red tide could be restrained by the oceanic turbulent diffusion and could be effectively promoted by convergence like a front. The analysis of horizontal dispersion of drifting matter near the sea surface has suggested that the large dispersion coefficient could be expected even at the early initial stage and provoked the further analysis of the horizontal dispersion due to the drift current at the initial stage to reveal the extinction process of the red tide.

### 1 はじめに

沿岸海域に発生する赤潮は、海水中の植物プランクトンの密度（海水 1 ml 中のプランクトン数など）で定義されることもあるが、外的条件が整ってプランクトンの細胞分裂が盛んになると、このプランクトン密度は著しく増加して海水が変色することから、このような状態になったときに一般には赤潮として認識されている<sup>1)</sup>。

赤潮の発生・消滅に関しては生物学的なプロセスで議論されることは多いが、流れなどのような物理的な要因については、物理的集積効果を定性的に提言することはあるものの、定量的に議論されたことはないようである<sup>1, 2)</sup>。海の中では海水の流動に伴って海洋乱流拡散現象がみられるが<sup>3, 4)</sup>、その様な場では、プランクトン群の細胞分裂がそのままプランクトン密度の増加にならないのではないかとと思われる。拡散とプランクトンの増殖率の関係については、1次元の有限領域を仮定して、拡散係数と増殖率、領域の大きさの関係を議論した例があるが<sup>5)</sup>、有限領域において

は、初期段階を除いて、領域の影響によって拡散効果が消えて、領域の大きさと増殖率の関係のみ議論になりやすい。本研究の前半では、赤潮が発生する可能性のある海域において、乱流拡散現象の影響を把握することを念頭に、乱流拡散場の中でプランクトン群が細胞分裂した場合のプランクトン密度の振舞を、単純化したモデルを導入して解析的に調べた。

また、沿岸域で辺り一面に発生した赤潮が一夜のうちに忽然と消えるという報告も度々なされており、これについては、生物学的な観点から、プランクトンの密集度によるウィルスの発生に伴う死滅によるものではないかとの報告もあるが<sup>6)</sup>、本研究の後半では、海洋物理学の立場から、表層物質に及ぼす吹送流の分散効果に着目して、その消滅の可能性についても解析的に検討した。

本報のように、赤潮プランクトンの生物学的な挙動を無視して単純化して取り扱うことには大雑把な感じを否めないが、赤潮プランクトンを取り巻く海洋環境の影響を理解するためには、このような研究報告も基礎的な研究として

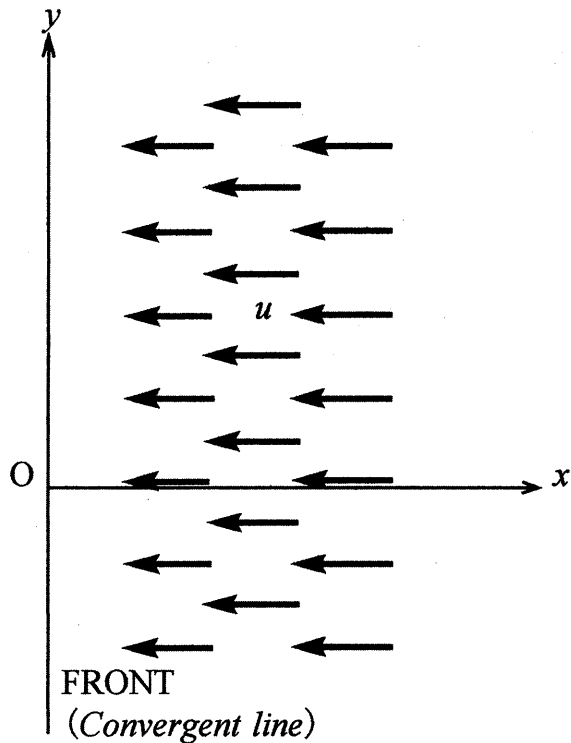


Fig. 1. A plane view of horizontal diffusion with convergent currents and its coordinates. The diffusion can be observed in the field  $x > 0$ .

意義があるのではないかと考える。

## 2 乱流拡散場における赤潮プランクトンの挙動

### 2.1 解析手法と解析解

現象の本質を見失わないように、解析のためのモデルはできるだけ簡略化した。海域は水平二次元を想定し、従来の二次元乱流拡散モデルに、細胞分裂によるプランクトン数の増殖効果を考慮して、プランクトン密度の変動を調べた。このモデルは、鉛直拡散がないとして、物質は水平的にしか移動しないものとしているが、敢えて現場海域に対応させると、ある水深で明瞭な密度成層が形成されてそれより下への鉛直拡散が抑制され、上層では鉛直によく混合されているような理想的な二次元海域が想定される。

二次元乱流拡散の解析的モデルについては、最もシンプルなものとして乱流拡散係数を一定値としたGaussianモデル、乱れのエネルギー逸散率に着目したOzmidovモデル、拡散速度に着目したOkubo-Pritchardモデルなどが知られている<sup>3, 4, 7)</sup>。そのうちOzmidovモデルは、等方性の均質な水平乱流場に基づいて、乱流拡散係数が拡散スケ-

ルの4/3乗に比例することを再現しようとしたもので、時間依存性については拡散係数は経過時間の2乗に比例して増加する。このような4/3乗則は、理想的な等方性乱流場におけるものであるが、現場海域で実測した拡散係数をグラフ上に整理すると、実際には拡散係数はスケールの1.1乗に比例するとされている。Okubo-Pritchardモデルはそれに近い拡散係数を再現しようとしたもので、彼らの示した拡散係数は経過時間の一次で比例している。

ここでは、両極にあるGaussianモデルとOzmidovのモデルを取り上げる。 $S(r, t)$ を拡散物質の濃度、 $M$ を水平二次元における拡散物質の総量とする。それぞれの二次元乱流拡散の解は次のように得られている<sup>3, 4)</sup>。 $r$ は円筒座標における距離、 $t$ は経過時間である。ただし、初期条件は $r = 0$ の中心部で濃度値が密集して無限大としている。

#### ① 拡散係数一定のGaussianモデルの解

$$S(r, t) = \frac{M}{4\pi k_A t} \exp\left[-\frac{r^2}{4k_A t}\right] \quad (1)$$

$k_A$ ; 拡散係数

#### ② Ozmidovモデルの解

$$S(r, t) = \frac{M}{6\pi\gamma^3 t^3} \exp\left[-\frac{r^{2/3}}{\gamma t}\right] \quad (2)$$

$\gamma$ ; エネルギー逸散率パラメータ

赤潮の発生には物理的集積効果が有効であることが述べられている<sup>1, 2)</sup>が、物理的集積効果の例としては、赤潮プランクトンのように表層付近に漂うものに対して、表層流の収斂域であるフロントの存在が挙げられる。そのモデルとして、Fig. 1のように、 $x-y$ の水平二次元領域の中で、 $x = 0$ の $y$ 軸のラインに向かう $x$ 方向成分のみをもつ一様で遅い収束流 $u$ があるような、二次元的な海域を想定する。その時の拡散方程式は次のように書き表すことができる。

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u \frac{\partial S}{\partial x} = k_x \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} \quad (3)$$

厳密には、 $x = 0$  (収斂線)に近いところでは、ある程度の幅 (境界層領域)をもって $u$ の絶対値が減少する領域が存在するはずであるが、ここでは $u$ は非常に小さいとして、解析の簡略化のために $u$ は一定値としている。また $x$ 方向と $y$ 方向の拡散係数 $k_x$ 、 $k_y$ も同様に一定値とする。解析に際しては収斂線を挟んで現象は線対称であるとして、 $x$ の正の領域のみを対象とする。

この領域の中では、投入された拡散物質は、収束流 $u$ によって収斂域の方に偏って分布すると考えられる。式(3)を $x$ 方向に境界がないとして解を求めることは困難であ

るが、有限であるとするフーリエ級数を適用することによって解を求めることはかなり容易になる。(半無限の領域で解析すると、フーリエ積分の導入などにより、積分が極めて困難になる。)現象から見れば、 $u$ が存在することによって $x$ 方向の対岸の境界は影響を及ぼさないこともあって、解の数値に影響を与えることはない。海域の範囲が $y$ 方向には無限に広がるが $x$ 方向の幅は $W$ として、 $x=0$ と $x=W$ における境界条件は、境界面で吸収されて消えることなどが無いという仮定から、次のように与える。

$$uS - k_x \frac{\partial S}{\partial x} = 0 \quad \text{at } x=0 \text{ and } x=W \quad (4)$$

これらの境界条件を考慮して、(3)を解くと次のような解を得ることができる。

$$S(x, y, t) = \frac{M_0}{\sqrt{4\pi k_y t}} \exp\left[-\frac{y^2}{4k_y t}\right] \left[ \frac{uW \exp(ux/k_x)/k_x}{\exp(uW/k_x) - 1} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\exp\{-\frac{N_m^2 k_x}{W^2} t\}}{N_m^2} \times \left\{ \frac{uW}{k_x} \exp\left(\frac{ux}{2k_x}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{W} x\right) + 2m\pi \exp\left(\frac{ux}{2k_x}\right) \cos\left(\frac{m\pi}{W} x\right) \right\} \times \left\{ \frac{uW}{k_x} \exp\left(-\frac{ux_0}{2k_x}\right) \sin\left(\frac{m\pi}{W} x_0\right) + 2m\pi \exp\left(-\frac{ux_0}{2k_x}\right) \cos\left(\frac{m\pi}{W} x_0\right) \right\} \right] \quad (5)$$

$$\text{ただし } N_m^2 = (uW/2k_x)^2 + (m\pi)^2$$

初期条件は、 $x=x_0$ ,  $y=0$ で濃度無限大としているが、前述の各モデルと同じように中心部( $x=0$ ,  $y=0$ )でソースを与える場合には $x_0=0$ とすればよい。

細胞分裂によるプランクトン密度の増加は、1日に $n$ 回分裂したとして次のように表す。

$$M(t) = M_1 \cdot 2^{n/D} \quad D; 1 \text{ 日 (24時間)} \quad (6)$$

ただし、 $M_1$ は初期のプランクトン密度で、それぞれの細胞の分裂は、同時に起きるのではなくランダムに引き起こされるものとしている。つまり、個々の細胞の分裂は1日に $n$ 回生じるがそれぞれについてはランダムな時刻に分裂するということを意味している。

Kierstead and Slobodkin<sup>5)</sup>にも見られるように、プランクトン密度の増加は拡散方程式の中で $\kappa S$ のような項( $\kappa$ は比例定数)で与えることが多いが、その場合には、この項がないときの解に、この項のみによる解 $e^{\kappa t}$ を乗じて

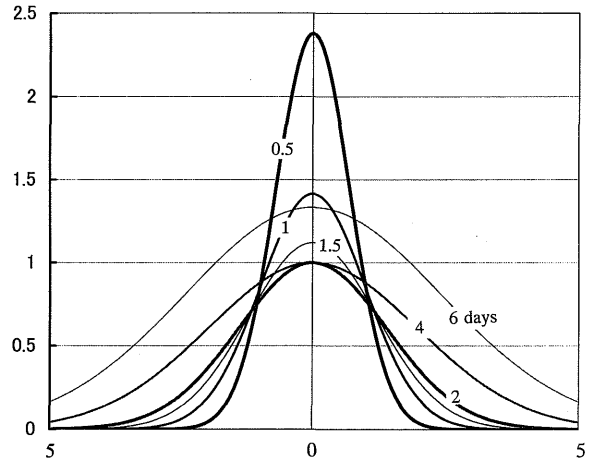


Fig. 2. Concentration (plankton density) distribution at each time on  $r$ -axis given by the Gaussian diffusion model with self-increase by cell division. The diffusion coefficient is  $10^4$   $\text{cm}^2/\text{s}$  and the cell division rate is once per two days.

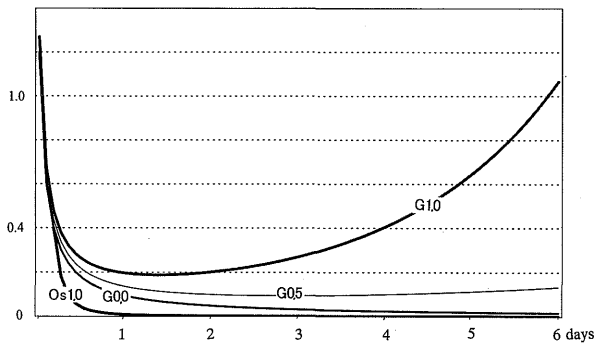


Fig. 3. Variations with time of the concentration of plankton at the center ( $r=0$ ). G0.0, G0.5 and G1.0 respectively indicate the cases in the Gaussian model where the cell division rates are zero, once per two days and once a day. The diffusion coefficient of each case is  $10^4$   $\text{cm}^2/\text{s}$ . Os1.0 indicates the case where the cell division rate is once a day in the Ozmidov's model.

表すことができる。式(6)は、このことと同様に、細胞分裂を考慮しない通常の拡散方程式の解(1), (2), (5)に乘じることによって、細胞分裂の効果を表すものとする。

## 2.2 解曲線

まず1例として、拡散係数が $10^4$   $\text{cm}^2/\text{s}$ の値で一定のGaussianモデルで、細胞分裂が2日に1回の割合で起こる場合の、 $r$ 方向の密度分布を経過時間毎にFig. 2に描いた。細胞分裂がない場合には、中央部( $r=0$ )の濃度は拡散によって常に減少していくが、このような分裂条件を与

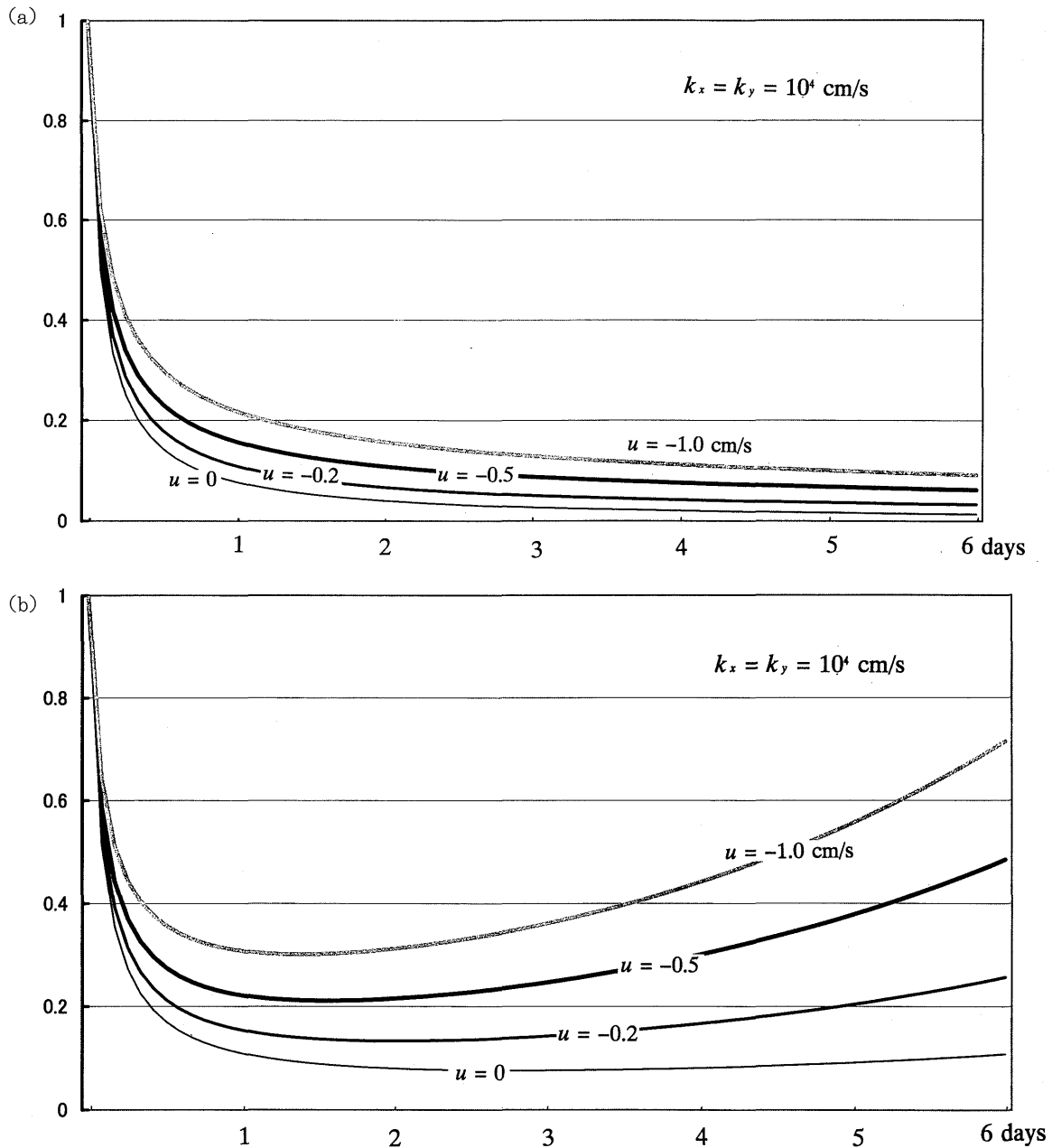


Fig. 4. Variations with time of the concentration at  $x=0$  and  $y=0$  in the waters with convergence. Numerals on the figures indicate the convergent velocity. The diffusion coefficients  $k_x$  and  $k_y$  are both  $10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ .

(a) No cell division and (b) the case where the cell division rate is once per a couple of days (0.5 div./day).

えると、中央部でも4日目くらいから増加に転じていることが示される。

Fig. 3には、それぞれの条件における中央部のプランクトン密度の時間変動を描いた。そのうち、上の3つの曲線は拡散係数に  $10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$  を与えた場合で、G0.0, G0.5, G1.0はそれぞれ①分裂しない場合、②2日に1回の場合、③1日1回の場合であり、下のOsl.0はOzmidovのモデルで、エネルギー逸散率が  $0.02 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、分裂が1日1回の

場合である。拡散係数とエネルギー逸散率の間には直接的な対応はないが、ここでは最初の1日間の拡散移動距離（1日で拡がる標準偏差値；characteristic diffusion distance for one day）が比較的近いものを取り上げている。

ここで、この拡散移動距離について記す。1日の長さを  $D$  とすると、拡散係数が  $k_x$  で一定の場合には、その間の拡散移動距離は  $\sqrt{2k_x D}$  のように書き表される。またエネ

ルギー逸散率パラメータ  $\gamma$  を一定値として導入すると、その場合の拡散移動距離は  $[\gamma D]^{3/2}$  のように書き表すことができる。ちなみに、現場海域の  $\gamma$  の値は  $0.007 \sim 0.089 \text{ cm}^{2/3}/\text{s}$  とされている<sup>7)</sup>。ところで、乱流拡散の厳密な解は、初期の  $t=0$  においては  $r=0$  の中心部で物質濃度(プランクトン密度)は無限大になるので、ここではわかりやすくするために、0.1日経過したときの値が一致させて、その後の変動を見ることができるよう曲線を描いている。

これを見ると、Gaussian モデルにおいては、分裂しない場合には当然のことながらプランクトン密度は漸次減少するが、2日で1回分裂のG0.5においては、3日を経過した頃から徐々に増加に転じ、1日1回分裂のG1.0においては、3日を経過してからは一気に大きく増加に転じている。ところが、理想的な乱流状態に基づいて拡散係数が拡散スケールの4/3乗に比例するという、Ozmidovモデルにおいては、1日1回の分裂の場合でも目に見える増加は認められない。自然の状態においては細胞分裂が1日1回起きるような好条件が1週間も継続することはほとんどあり得ないと思われるが、そのことからすると現場海域では、プランクトンの細胞分裂が海洋拡散にうち勝って、赤潮のようなプランクトン密度の著しい増加に反映するようなことはあまりないのではないかと考えられる。

実際には赤潮プランクトンなど分布は鉛直方向にも大きく依存しており、鉛直拡散やプランクトン自身の上下運動も考慮する必要があるが、上記のモデルは、海面付近に留まっている赤潮プランクトンの挙動を示すもので、鉛直拡散を考慮すると、プランクトン密度の増加率はさらに抑えられるのではないかと考えられる。

収斂線がある場合における解析解はかなり複雑で、今回は拡散係数が変化するような条件の解を得ることはできなかった。本研究では、前節の式(5)で示したように、収斂線がある場合においては拡散係数が一定の条件のみの議論にとどめる。

Fig. 4は、 $x$ -方向の拡散係数  $k_x$  と  $y$ -方向の拡散係数  $k_y$  の両方を  $10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$  とした場合の、それぞれの収斂速度における  $x=0$ 、 $y=0$  の中央点でのプランクトン密度の時間変化である。初期値は1時間後における同位置の値を1としてその後の変動を描いている。図中の(a)は細胞分裂がない場合で、(b)は分裂が2日に1回の割合で起きる場合のものである。ちなみに(b)の図中の  $u=0$  における曲線は、Fig. 3におけるG0.5の曲線と同じものである。

$y$ -方向に関しては拡散係数によって拡がるだけであるが、 $x$ -方向については  $u$  の効果によって拡散は抑制され

る。 $z$ -方向のことについては、先程と同様に考慮していないが、二次元や三次元の拡散の解析についてはいくつかの問題が残されており、それについては別なところで検討したい。

ここでは拡散係数がスケールに依存するようなOzmidovモデルのような場合の解は得ていないが、このような収斂線は拡散のスケールを抑制するために、時間に依存して大きくなるようなOzmidovモデルが、そのまま適用できることにはならないと思われる。このような収斂域のある海域で、Ozmidovモデルなどのように拡散係数が変動するモデルをそのまま導入することにも問題があるのではないと思われる。この件については特に数値モデルを構築する場合に重要な問題となるが、ここではこれ以上このことについて言及することは控えたい。

### 3 吹送流の物質分散効果に伴う赤潮プランクトンの挙動

#### 3.1 モデルと解析手法

海面上を風が吹くと、海面近くの表層に極めてシャープなシアをもつ吹送流が形成される。このシアは地球自転効果のために表層付近に閉じこめられて深いところにまで及ぶことはない。吹送流が形成された海域では、赤潮プランクトンのように表層付近に漂う浮遊物質は、このシア効果を極めて有効に受けて著しい拡散現象を示すことが期待される。拡散する物質が全水深に分布するような溶存物質の分散についてはすでに詳しく報告されているが<sup>8, 9, 10)</sup>、赤潮プランクトンのように表層に分布するような物質の分散過程や分散係数の大きさについては、未だに報告された例がない。本研究では表層近傍に漂う拡散物質が吹送流のシア効果によって分散していく過程を解析的に求め、赤潮プランクトンに及ぼす風の拡散効果を検討する。

まず、物質の拡散は次のような方程式で支配されるものとする。

$$\frac{\partial S}{\partial t} + u(z) \frac{\partial S}{\partial x} + v(z) \frac{\partial S}{\partial y} + w \frac{\partial S}{\partial z} = k_z \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} \quad (7)$$

$S$  は、空間座標  $(x, y, z)$  時間  $t$  に依存する拡散物質の濃度、 $x$  と  $y$  は水平方向の座標軸成分、 $z$  は海面からの鉛直下向きの座標軸で、 $u(z), v(z)$  は  $z$  に依存する吹送流の水平方向成分を示し、それぞれ  $x$  方向と  $y$  方向の速度成分に対応する。 $w$  は拡散物質が鉛直分布を形成することに関わるそれ自身の鉛直速度(比重が海水よりも軽いか、遊泳速度をもって鉛直方向に運動することによって生じる)

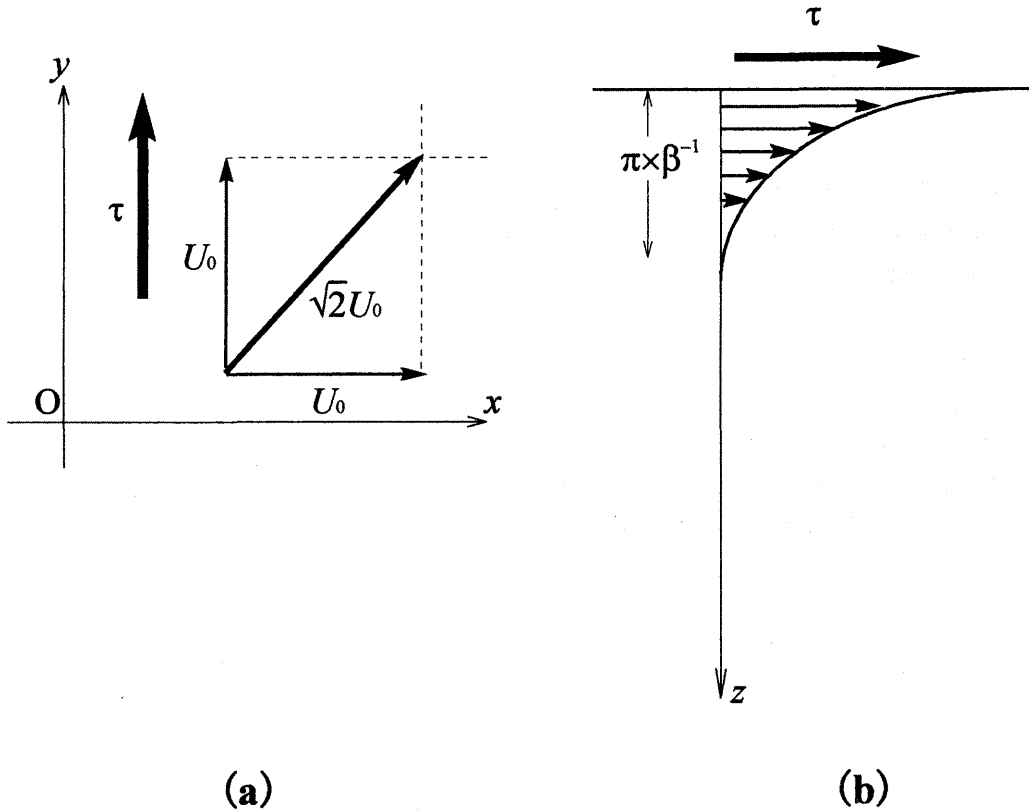


Fig. 5. (a) Horizontal coordinates and the wind with the wind stress  $\tau$ .  
 (b) The image showing the Ekman boundary layer induced by the wind stress.

で、ここでは解析の単純化のために一定値とする。 $k_z$ は鉛直方向の拡散係数でこれもここでは一定値とする。水平方向の拡散係数による影響は、後で得られる分散係数によるものとは独立していることから、ここでは水平拡散係数は無視して解析を進める。

解析に際しては、海域は水平方向には無限に広がり水深は  $H$  で一定とする。拡散物質は、海面 ( $z = 0$ ) と海底 ( $z = H$ ) で出入りはないものとする境界条件は次のように与えることができる。

$$wS - k_z \frac{\partial S}{\partial z} = 0 \quad \text{at } z = 0 \text{ and } z = H \quad (8)$$

初期条件は、瞬間点源として  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = z_0$  の位置に総量  $S_0$  の物質を与えたとすると、

$$S(x, y, z, 0) = S_0 \delta(x) \delta(y) \delta(z - z_0) \quad (9)$$

のように与えることができるが、このことについては後でもう少し述べる。なお、 $\delta$  はDiracのデルタ関数である。

風は、海面を一様に  $y$  方向に吹くものとし、水平方向の変化を無視すると、水深が境界層（この場合はEkman層）の厚さよりは深い場合には、風に引き起こされる定常状態の流れは、一般に次のように解かれている。

$$u(z) = U_0 \exp(-\beta z) [\cos \beta z - \sin \beta z] \quad (10)$$

$$v(z) = U_0 \exp(-\beta z) [\cos \beta z + \sin \beta z]$$

$U_0$  は、風の強さなどの依存する海面における流れの  $x$  方向と  $y$  方向の成分に相当し、海面での流れは、第1象限の  $45^\circ$  の方向に  $\sqrt{2} U_0$  の強さで流れている (Fig. 5a)。 $\beta$  は  $\sqrt{f/2\nu}$  を表したもので、 $f$  と  $\nu$  はそれぞれコリオリパラメータと鉛直方向の粘性係数である。この逆数がEkman層厚の代表寸法で、実質的には  $\pi \times \beta^{-1}$  がEkman層のシア領域といえる (Fig. 5b)。

流れのシア効果による物質分散の解析については、溶存物質を対象にした研究は数多く残されているが、このモデルの大きな特徴は、拡散する物質がそれ自身の重さ（比重）のために海面付近などに片寄って分布してシア効果をより効果的に受けやすいというところにある。このような効果は流れのシアが不均一に分布するような場合に特に顕著に示される。著者はすでに、振動流の境界層 (Stokes層) に着目して、この付近に漂う懸濁物質を想定してその中の分散過程を解析した<sup>11)</sup> が、本研究でもその解析手法に基づいて、拡散物質の各オーダーのモーメントを

求めて水平的な統計的分散値を明らかにし、その時間微分から水平方向の分散係数を算出するという手法を適用する。解析に際しては、流れが二次元的な構造をもっている (Ekman spiralを形成) ことから、従来のほとんどの分散の解析で行われた縦方向のもの (longitudinal dispersion) だけでなく、式(10)の流れに従って水平二次元的に解析 (horizontal dispersion) する必要がある<sup>9)</sup>。

このような二次元分散過程を解析して分散係数などを導くためには、0次のオーダーのモーメント (拡散物質の鉛直分布)、 $x$ と $y$ の各方向の1次のモーメント、 $x$ と $y$ の各方向の2次のモーメントと両方向のクロスモーメントを求め、それらに基づいて、 $x$ 方向や $y$ 方向および主軸方向の統計的分散値などを算出する必要がある。

物質濃度  $S(x, y, z, t)$  を  $x$  と  $y$  の全領域で積分して得られる0次のモーメント  $M_0(z, t)$  を支配する方程式は、拡散方程式(7)を  $x$  と  $y$  に関して全領域で積分することによって次のように得ることができる。

$$\frac{\partial M_0}{\partial t} + w \frac{\partial M_0}{\partial z} = k_z \frac{\partial^2 M_0}{\partial z^2} \quad (11)$$

また、 $x$ 方向と $y$ 方向のそれぞれの一次のモーメント  $M_x$ ,  $M_y$  は、式(7)に  $x$  または  $y$  を乗じて、上と同様に  $x$  と  $y$  の全領域で積分することによって、次のように書き表すことができる。

$$\frac{\partial M_x}{\partial t} + w \frac{\partial M_x}{\partial z} - k_z \frac{\partial^2 M_x}{\partial z^2} = u M_0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial t} + w \frac{\partial M_y}{\partial z} - k_z \frac{\partial^2 M_y}{\partial z^2} = \nu M_0 \quad (13)$$

ただし、

$$M_x(z, t) = \int \int_{-\infty}^{\infty} x S(x, y, z, t) dx dy,$$

$$M_y(z, t) = \int \int_{-\infty}^{\infty} y S(x, y, z, t) dx dy$$

である。また、二次のモーメントは

$$M_{xx}(z, t) = \int \int_{-\infty}^{\infty} x^2 S(x, y, z, t) dx dy,$$

$$M_{yy}(z, t) = \int \int_{-\infty}^{\infty} y^2 S(x, y, z, t) dx dy$$

$$M_{xy}(z, t) = \int \int_{-\infty}^{\infty} xy S(x, y, z, t) dx dy$$

と定義され、この3番目のものがクロスモーメントである。

各モーメント  $M_{xx}$ ,  $M_{yy}$ ,  $M_{xy}$  を支配する方程式は、次のように書き表すことができる。

$$\frac{\partial M_{xx}}{\partial t} + w \frac{\partial M_{xx}}{\partial z} - k_z \frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial z^2} = 2u M_x \quad (14)$$

$$\frac{\partial M_{yy}}{\partial t} + w \frac{\partial M_{yy}}{\partial z} - k_z \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial z^2} = 2\nu M_y \quad (15)$$

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial t} + w \frac{\partial M_{xy}}{\partial z} - k_z \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial z^2} = u M_y + \nu M_x \quad (16)$$

式(11)の右辺を左辺に移項すると、その左辺の形は式(12)から

(16)まで同様である。これらの式は放物型の偏微分方程式に分類され、左辺第2項を除いたものは一般に熱伝導方程式としてなじみ深い。式(12)~(16)は右辺に既知の項が加わった放物型の非斉次偏微分方程式といえる。

これらの偏微分方程式に関わるグリーン関数  $G(z, t; \xi, \tau)$  は、次の(17)のように求めることができ<sup>10)</sup>、既知の非斉次項を考慮して、0次から高次のモーメントを順次解くことができる。

$$G(z, t; \xi, \tau) = \frac{\omega}{e^\omega - 1} e^{\omega(z/H)} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{K_n(\tau-t)}}{N_n^2} \{ \omega e^{(\omega/2)(z/H)} \sin p_n z + 2n\pi e^{(\omega/2)(z/H)} \cos p_n z \} \times \{ \omega e^{-(\omega/2)(\xi/H)} \sin p_n \xi + 2n\pi e^{-(\omega/2)(\xi/H)} \cos p_n \xi \} \quad (17)$$

ただし、 $\omega = wH/k_z$ ,  $N_n^2 = (\omega/2)^2 + (n\pi)^2$ ,  $K_n = N_n^2 k_z / H^2$ ,  $p_n = n\pi/H$  である。このグリーン関数を用いることによって、非斉次項を  $F(z, t)$  で表すと、求める解は  $Q(z, t)$  は、形式解として次のように導くことができる。

$$Q(z, t) = \int_0^H \int_0^t G(z, t; \xi, \tau) F(\xi, \tau) d\tau d\xi \quad (18)$$

各オーダーのモーメントに関する境界条件は、式(8)と同じであるが、初期条件は、0次のモーメントについては  $M_0(z, 0) = S_0 \delta(z - z_0)$  で、1次と2次のモーメントについては全水深で0となる。

ここで得られる1次や2次のモーメントは、0次のモーメントが鉛直方向に分布をもっていることから、それを重みとして内包していることになる。1次のモーメントは、一般に重心の座標を代表することが多いが、ここでは各水深における水平面内の重心の座標  $\{\mu_x(z, t), \mu_y(z, t)\}$  は、

$$\left\{ \mu_x(z, t), \mu_y(z, t) \right\} = \left\{ \frac{M_x(z, t)}{M_0(z, t)}, \frac{M_y(z, t)}{M_0(z, t)} \right\} \quad (19)$$

のように求めることができる。これらは規格化された1次のモーメントと呼ばれ、規格化された2次のモーメント  $\{\mu_{xx}(z, t), \mu_{xy}(z, t), \mu_{yy}(z, t)\}$  も、上で得られたそれぞれの2次のモーメント  $\{M_{xx}(z, t), M_{xy}(z, t), M_{yy}(z, t)\}$  を0次のモーメントで割ることによって導かれる。

拡散物質の  $x$  方向と  $y$  方向の拡がりの程度を表すそれぞれの統計的分散値、 $\sigma_x^2(z, t)$  と  $\sigma_y^2(z, t)$  は、通常下記のように求められる。

$$\sigma_x^2(z, t) = \mu_{xx}(z, t) - \mu_x(z, t)^2 \quad (20)$$

$$\sigma_y^2(z, t) = \mu_{yy}(z, t) - \mu_y(z, t)^2 \quad (21)$$

また、共分散値は次のように求めることができる。

$$\sigma_{xy}(z, t) = \mu_{xy}(z, t) - \mu_x(z, t)\mu_y(z, t) \quad (22)$$

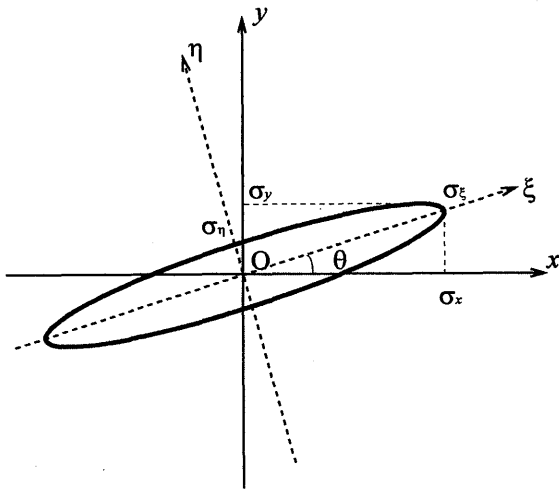


Fig. 6. The  $x$ - $y$  coordinates and the major axis of the horizontal variance of diffusing matter. The major and minor axes are respectively shown as  $\xi$  and  $\eta$  axes.

これらの分散値は、ある時刻におけるある水深での値を示しているが、実質的な分散の程度を見るには、0次のモーメントが大きい水深で統計的分散値が大きいかが重要となる。つまり、計算上、式(20)などのような統計的分散値が大きい場合でも、その水深で物質がほとんどない(0次のモーメントが非常に小さい)ときには、拡散物質はよく拡がっているとは言えない。従って、本研究のように、0次のモーメントが鉛直的に分布をもっている場合には、拡散物質の実質的な統計的分散値は、その重みを考慮して、(20)~(22)のそれぞれの式に0次のモーメント  $M_0(z,t)$  を乗じて、鉛直積分もしくは鉛直平均をとることが適していると考えられる。ここでは物質の拡がり表現する統計的分散値として、次のような鉛直平均値を導入する。

$$\overline{\sigma_x^2}(t) = \frac{1}{H} \int_0^H \sigma_x^2(z,t) M_0(z,t) dz \quad (23)$$

$$\overline{\sigma_y^2}(t) = \frac{1}{H} \int_0^H \sigma_y^2(z,t) M_0(z,t) dz \quad (24)$$

$$\overline{\sigma_{xy}^2}(t) = \frac{1}{H} \int_0^H \sigma_{xy}^2(z,t) M_0(z,t) dz \quad (25)$$

二次元的な拡がり表現するには、 $x$ 方向と $y$ 方向の統計的分散値の相加平均(算術平均)や相乗平均(幾何平均)をとる方法がある<sup>8), 10)</sup>。本モデルのようなシア-拡散においては分散は円形状に四方に均等に広がるというよりも、ある方向を主方向として、楕円状に広がる考えた方が一般的ではないかと考える。またその場合、Fig. 6のように主軸( $\xi$ 軸)の方向が $x$ 軸や $y$ 軸に一致するとは限らない。図のように主軸と直角な方向を短軸( $\eta$ 軸)とすると、主軸方

向と短軸方向の統計的分散値  $\sigma_\xi^2(z,t)$  と  $\sigma_\eta^2(z,t)$  は、 $x$ 軸と $y$ 軸のものに対して、それぞれ次のように書き表すことができる。

$$\sigma_\xi^2(z,t) = \sigma_x^2 \cos^2 \theta + \sigma_y^2 \sin^2 \theta + 2\sigma_{xy} \cos \theta \sin \theta \quad (26)$$

$$\sigma_\eta^2(z,t) = \sigma_x^2 \sin^2 \theta + \sigma_y^2 \cos^2 \theta - 2\sigma_{xy} \cos \theta \sin \theta \quad (27)$$

ただし、 $\theta$  は  $x$  軸と主軸( $\xi$  軸)のなす角度で、

$$\tan 2\theta = \frac{2\sigma_{xy}^2}{\sigma_x^2 - \sigma_y^2} \quad (28)$$

の関係にあり、当然のことながら  $z$  と  $t$  の関数である。

本研究は、物質分散の中でも特に注目されている初期段階の振舞を明らかにすることを目的としているが、Ekman層の中の流れはEkman螺旋を形成して複雑で、それに引き起こされる分散の様子も、 $\theta(z,t)$  がかなり変動するなど複雑で、二次元の紙面の中では適切な表記の方法も見出せなかった。ここでは便宜的に、(23)から(25)のような鉛直平均値を基に、鉛直平均角度  $\bar{\theta}(t)$  を定義し、それらを用いた鉛直平均主軸方向分散値  $\overline{\sigma_\xi^2}(t)$  と鉛直平均短軸方向分散値  $\overline{\sigma_\eta^2}(t)$  を導入する。

水平方向の拡散効果を示す分散係数は、下の式(29)に示すように、上記のそれぞれの統計的分散値の時間変化率を出すことによって、それぞれのものを得ることができ、次の小節でグラフに示す分散係数はこれによって得たものである。

$$[\text{分散係数}] = \frac{1}{2} \frac{d[\text{統計的分散値}]}{dt} \quad (29)$$

### 3.2 解曲線

植物プランクトンのような拡散物質の鉛直速度は、 $w$  が負の時に上昇速度となる。Fig. 7に、供給源が海面  $z=0$  に瞬間点源として投入され、無次元速度  $\omega (= wH/k_z)$  が  $-20$  の場合における、0次のモーメントの鉛直分布の時間変動を描いた。時間の経過を示す図中の数値は、 $\beta H = 20$  (水深が実質的なEkman層厚の約6倍)の海域において慣性周期 ( $2\pi/f$ ) で規格化した無次元化時間を示す。 $z^*$  はEkman層で無次元化した  $\beta z$  のことである。ちなみに  $\omega = -20$  の値は、水深が20 mで鉛直拡散係数が  $1 \text{ cm}^2/\text{s}$  の時、毎分0.6 cmの上昇速度に相当する。

Fig. 8は、時間が十分に経過して定常状態になった場合の、 $\omega$  の各値毎における0次のモーメントの鉛直分布である。当然のことながら浮遊上昇速度が大きいほど物質は表層近くに漂うことになる。シア-効果による物質分散の最も簡素なモデルは、拡散物質が全水深に均一に分布し、流れの分布が一次関数でシアが一様な場合であるが、本研



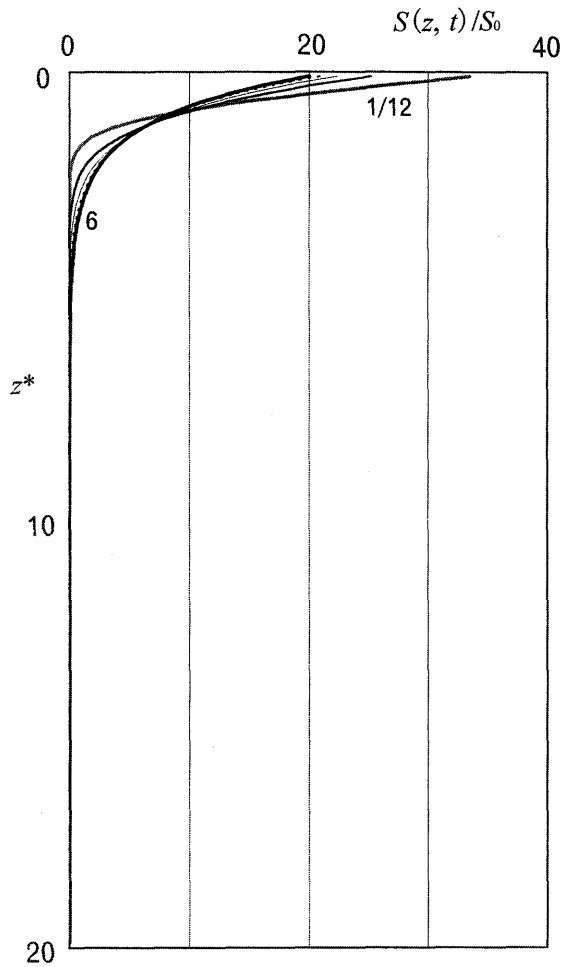


Fig. 7. Vertical profiles of the zeroth-order moment ( $M_0(z, t)/S_0$ ) in case of  $\omega (= wH/k_2) = -20$  at each time ;  $t/T_p = 1/12, 1/4, 1/2, 1$  and  $6$  in order, in the basin with the depth  $H^*(= \beta H) = 20$ . Numerals in the figure indicate the time normalized by the inertia period  $T_p$ .

究は、拡散物質がこれらの図のように偏って表層付近に分布し、流れも式(10)のように表層付近のみにシアアが片寄って形成されるような海域で、初期段階からの分散過程を解き明かそうとしたものである。

これまでの解析によると、シアアをもった定常流の中に投入された拡散物質の分散係数は、時間の経過とともに次第に大きくなり、時間が拡散代表時間 ( $= H^2/k_2$ ) の半分程度経過すると、一定値の定常分散係数に近づく<sup>9, 10</sup>。

Fig. 9は、主軸方向の定常分散係数を拡散物質の鉛直速度  $\omega (= wH/k_2)$  の関数として、それぞれの無次元水深  $H^*(\beta H)$  毎に描いたものである。 $\omega = 0$  は溶存態物質に相当し、 $\omega$  が正負の場合、それぞれ沈降速度と上昇速度をもつことを意味する。

後で述べる初期段階の議論は、水深が  $H^* = 20$  の場合を対象とするが、Fig. 9の中その曲線に注目すると、物

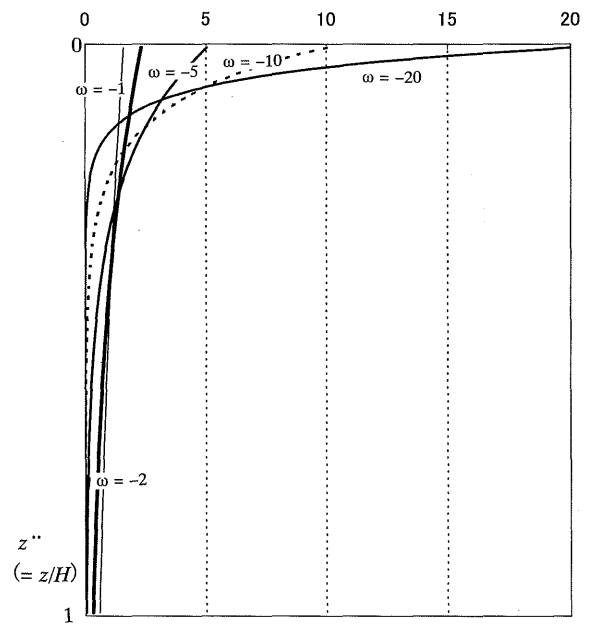


Fig. 8. Vertical profiles of the zeroth-order moment at the stationary stage in each case of  $\omega$ .

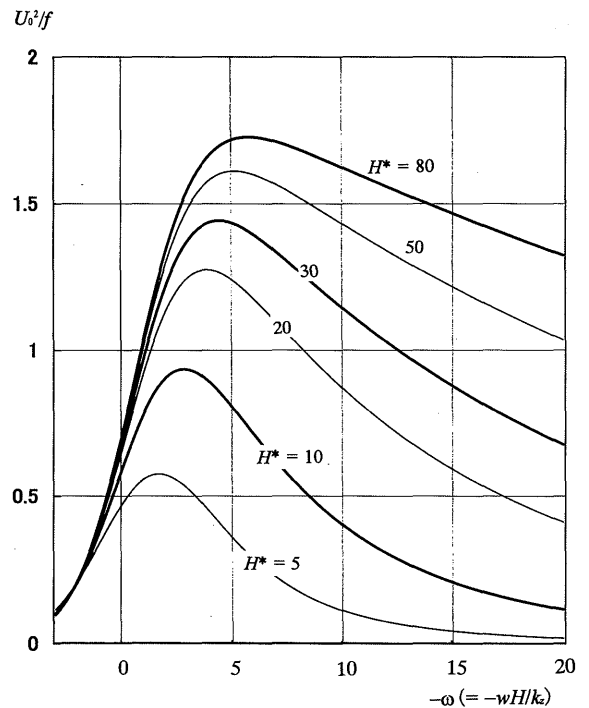


Fig. 9. Variations with  $\omega$  of the stationary dispersion coefficient in the major direction in the basin with each water depth.

質が沈降速度をもって海底近傍に漂うときには、Ekman層のシアア効果を受けにくくなって分散係数が小さくなっている。最大値は、 $-\omega = 4$  付近にあって、それ以上大きくなると再び減少している。これは、上昇速度が大きくなって分布が海面近くに密集しすぎると、流れのシアアを効果

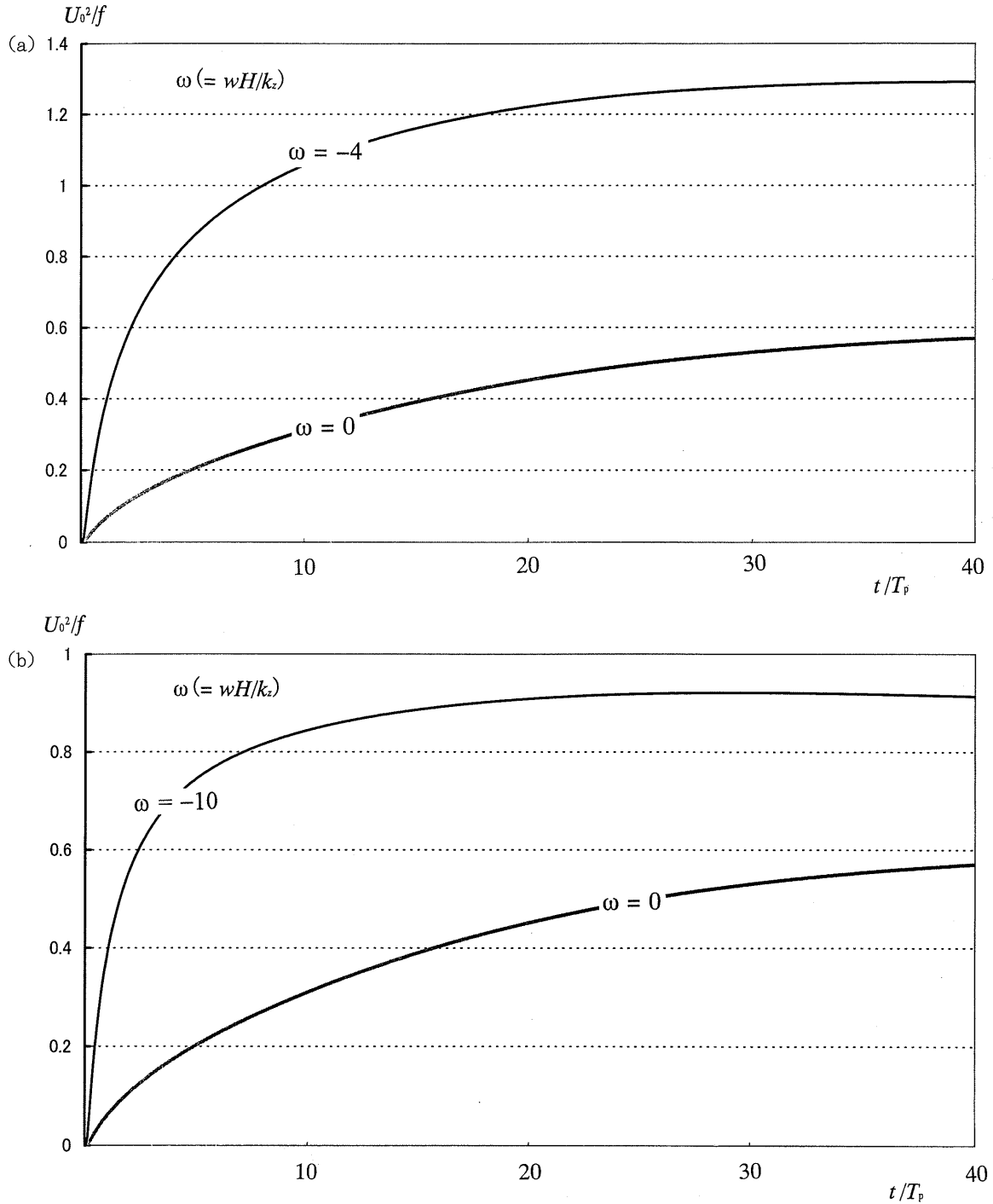


Fig.10. Variations with time of the dispersion coefficient in the major direction in the basin with the depth  $H^* = 20$ .

(a)  $\omega = -4$  where the dispersion coefficient takes maximum.

(b)  $\omega = -10$  where the diffusing matter is distributed at the upside more.

A curve in case of  $\omega = 0$  is drawn in each figure for comparison.

的に受けることができなくなることによるのではないかと考えられる。分散係数は  $U_0^2/f$  で規格化しているが、 $U_0 = 30 \text{ cm/s}$ 、 $f = 0.73 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$  (緯度  $30^\circ$  を想定) を代入すると、その値は  $1.2 \times 10^7 \text{ cm}^2/\text{s}$  と非常に大きい値となる。

ところでこの定常値に関してであるが、水深が20mで鉛直拡散係数を  $1 \text{ cm}^2/\text{s}$  と仮定すると、分散係数が定常値になる拡散代表時間の半分値は、20日を超える値となる。これまで分散係数を扱うとき、理論的な定常解を導入して沿岸海域の物質輸送能力として説明することがあったが、

現場海域は常に変動しており、このような定常値に達する可能性はほとんどないと言ってよいのではないだろうか。このようなことから、ここでは分散係数の初期段階に注目してその大きさを議論する。

Fig.10(a)は、水深 $H'$ が20の場合で、定常分散係数が極大値をとる $-\omega = 4$ における主軸方向の分散係数の時間変動を初期段階から描いたものである。比較のために $\omega = 0$ の溶存態物質の場合のものも描いた。横軸の時間は慣性周期 $T_p (= 2\pi/f)$ で無次元化している。ちなみに、下関近辺ではその緯度から慣性周期は約21時間となる。

Fig.10(b)は、拡散物質がさらに表層近くに密集する $-\omega = 10$ の場合の分散係数の時間変動を同様なグラフの中に描いた。

これら両図をみると、溶存態物質の場合には定常段階の大きな値に達するまでには長い時間を要するが、表層に漂いやすい物質はかなり速やかに大きな分散係数になることがわかる。両図を比較すると、この効果は上昇速度が大きくなるとより速くなっているように伺える。赤潮プランクトンのように表層に分布しやすい拡散物質は、溶存態のものに比べて、かなり速やかに大きな分散係数に達すると見ることができる。 $U_0^2/f$ で規格化した分散係数が0.4くらいになる時間は1日程度で、その分散係数の値は上記の数値を代入すると、 $3 \times 10^8 \text{ cm}^2/\text{s}$ に相当する。現場海域の多数の拡散実験から求められた拡散スケールと乱流拡散係数の関係を表すグラフによると<sup>4)</sup>、 $10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ の拡散係数ですら10 km程度の拡散スケールに対応することからすると、この分散係数は内湾での値としては異常に大きな値と言える。

#### 4 考察とまとめ

赤潮プランクトンの発生や消滅に関しては生物学的な観点で議論することが多いが、本報では、物理的な要因である拡散がどのように関わりうるかということを念頭に、そのような物質に及ぼす拡散効果について理論的な検討を試みた。本研究では解析的に解くということに拘ったために、現場海域とのギャップは否めないが、これまでほとんど考慮されることのなかった、現場で起こりうる赤潮プランクトンに及ぼす物理学的な現象の可能性を提起することができたのではないかと考えている。

前半の第2節では、海洋乱流拡散現象は赤潮の発生をかなり抑制し、その発生のためには、フロントと言われる収斂線のような物理的集積効果は、収斂する流れが弱くても、

かなり効果的であることが示された。

後半の第3節では、表層に漂う赤潮プランクトンへの吹送流の分散過程を、特に初期段階に着目して解析し、吹送流のシア領域に分布する浮遊性の拡散物質は早い段階に大きな分散係数が得られ、赤潮プランクトンが速やかに拡散して消滅する可能性が示唆された。

複雑な現場海域を考えると、物理現象だけを取り上げてはまだ多くの課題が残されているが、当面の課題としては、吹送流が静水状態から発達する過渡期のものを取り入れる必要があると考えている。この発達期の吹送流は、定常状態のものに比べてシアはさらに著しく強く、これを導入すると、初期段階の分散係数はさらに大きくなるのではないかと考えられる。発達期の吹送流は解析解で表すことができないために、それによる水平分散過程の解析はかなり困難な課題が残されているが、現在数値積分を導入して解析を進めている。

#### 文 献

- 1) 山口峰生：沿岸の環境圏，フジ・テクノシステム，東京，1998，pp.181-190.
- 2) 福代康夫：沿岸の環境圏，フジ・テクノシステム，東京，1998，pp.466-474.
- 3) A. Okubo : *J. Oceanogr. Soc. Japan*, 20th Anniv., 286-320(1962).
- 4) 大久保 明：海洋物理 I (海洋科学基礎講座 1)，東海大学出版会，東京，1970，pp.265-381.
- 5) H. Kierstead and L. B. Slobodkin : *J. Mar. Res.*, 12, 141-147(1953).
- 6) K. Tarutani, K. Nagasaki and M. Yamaguchi : *Applied and Environmental Microbiology*, 66/11, 4916-4920(2000).
- 7) 國司 秀明：海洋物理学 II (海洋学講座 2)，東京大学出版会，東京，1976，pp.39-61.
- 8) H.B.Fischer, E.J.List, R.C.Y.Koh, J.Imberger and N.H.Brooks : *Mixing in Inland and Coastal Waters*, Academic Press, New York, 1979, pp.82-86.
- 9) H. Yasuda : *J. Oceanogr.*, 54, 151-164(1998).
- 10) H. Yasuda : *J. Fluid Mech.*, 148, 383-403(1984).
- 11) H. Yasuda : *J. Mar. Res.*, 47, 153-169(1989).
- 12) 川合英夫：海洋物理学 II (海洋学講座 2)，東京大学出版会，東京，1976，pp.103-156.